REPRESENTATION DES NOMBRES ENTIERS RELATIFS EN INFORMATIQUE

Un entier relatif est un nombre entier qui peut être négatif, positif ou nul (= *entier signé*)

Pour ce type de nombre, il faut donc stocker en plus une information sur le ***signe*** du nombre.

I. 1ère (*fausse bonne*) idée :

On utilise simplement un bit, le MSB (= celui de *poids le plus grand*), pour indiquer le signe selon la convention suivante :
- bit à 0 → entier positif
- bit à 1 → entier négatif

Les autres bits indiquent la valeur absolue du nombre.

Exemple : pour un nombre sur un octet (8 bits) :

- $\mathbf{0}1010101_2 = +85$
- $\mathbf{1}1010101_2 = -85$

Problème n°1 : que représentent avec cette convention les nombres binaires suivants :

- $00000000_2 =$ ………………$_{10}$

- $10000000_2 =$ ………………$_{10}$

Problème n°2 : dans les systèmes informatiques, pour des questions de coût et de simplicité, c'est le même circuit électronique (appelé « additionneur ») qui réalise aussi bien les additions que les soustractions ; en effet, soustraire deux nombres équivaut à *additionner l'un à l'opposé de l'autre* :

$$a - b = a + (- b)$$

Avec la convention suivante sur le bit de signe, que donnerait alors l'opération suivante :

```
    ……………….. 2   ( = 5₁₀ )
+    ………………..2   ( = – 3₁₀ )
----------------------
…………………… 2          ( = ……..₁₀ )
```

II. La solution : le complément à deux

Pour pallier aux problèmes précédents, les entiers relatifs sont codés selon la convention suivante appelée ***complément à deux*** :

- la convention sur le bit de signe est la même que ci-dessus (0 → positif / 1 → négatif)
- les nombre positifs sont codés « normalement » (avec leur MSB à 0 bien entendu...)
- les entiers négatifs sont codés ainsi :
  - on part du nombre positif, et on inverse tous ses bits (0 ↔ 1)
  - on rajoute 1 au nombre binaire obtenu (***en laissant de côté l'éventuelle dernière retenue***)

Exemple :
- $24_{10} = 011000_2$
- inversion des bits : 100111_2
- ajout de 1 : $\mathbf{101000_2} = -24_{10}$

Questions :

1. En complément à deux, quel est maintenant la notation de 0 ? Que constate-t-on alors ?

2. Qu'obtient-on si l'on fait l'addition binaire 24 + (– 24) ?

3. Calculer de même en binaire la valeur de la différence 5 – 3, et conclure.

III. Applications

1. Donner les représentations en binaire sur 8 bits des nombres suivants en complément à 2 :

- 158_{10} =
- -1_{10} =
- -127_{10} =

2. Que vaut en base 10 les nombres suivants codés en complément à deux :

- $1001\ 1100_2$ =
- $0101\ 0101_2$ =

3. Pour chacun des nombres de bits du tableau ci-dessous, indiquer :
- la valeur entière la plus grande que l'on peut coder en utilisant le complément à 2
- la valeur entière la plus petite

Nombre de bits	2	4	8	n
valeur la plus grande				
valeur la plus petite				

4. <u>Et pour terminer sur la représentation des entiers naturels et relatifs...</u>

L'objectif de cet exercice est de dessiner une image matricielle dans le quadrillage 16x16 ci-dessous grâce aux réponses aux questions de conversions entre les bases numériques.
Chaque case de l'image correspond à un bit. Une ligne de l'image fait 16 cases, soit 16 bits, soit 2 octets.
- Lorsque le nombre est négatif, on considérera le binaire complément à 2.
- Lorsque le bit est à 1, la case est noire, lorsque le bit est à 0, la case est blanche.

L1																
L2																
L3																
L4																
L5																
L6																
L7																
L8																
L9																
L10																
L11																
L12																
L13																
L14																
L15																
L16																

L1-L2-L3 : $(272)_{10}$
L4 : $(3FC)_{16}$
L5-L9 : somme de $(3D8)_{16}$ et de $(426)_{16}$
L6-L7-L8 : Année de fabrication et de commercialisation du processeur 8086 par Intel
L10 : $2^{15} - (7A01)_{16}$
L11 : l'octet de poids fort est $(4)_{16}$ et l'octet de poids faible est $(-126)_{10}$
L12-16 : produit de $(100)_{16}$ par $(46)_{16}$
L13 : somme de $(11001010011110)_2$ et de $(101010101100000)_2$
L14 : $(-30192)_{10}$
L15 : $2^{14} + 2^{13} + 2^{12} + 2^9$